Intégrale et primitive

I. Intégrale (Annexe A).

On considère la fonction *h* et *j* définie sur IR par *h(x)=3* et *j(x)=3-0,5x,* ainsi que leurs représentations graphiques données en annexe C.

1. Calculer $\int_{-3}^{2} h(x)dx$ ……………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

2. Calculer $\int_{-1}^{2} j(x)dx$……………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

II. Primitive (Annexe B).

1. Déterminer une primitive H de h ………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

2. Déterminer une primitive J de j ………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

III. Exploitation

1. Calculer *H(2)-H(-3)* et comparer à $\int_{-3}^{2} h(x)dx$.

………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

2. Calculer *J(2)-J(-1)* et comparer à $\int_{-1}^{2} j(x)dx$.

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

3. Que peut-on en conclure ?

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

IV. Application (Annexe C).

On admet dans la suite la propriété :

Soit f est une fonction continue et positive sur un intervalle I, F une primitive de f sur I et a et b deux réels de I tel que a<b. Alors : $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$

La chromatographie est une technique qui permet de séparer des molécules d'un mélange complexe. Le résultat obtenu est un diagramme sous forme de pic. Chaque pic correspond à une molécule et l'aire sous le pic est proportionnelle à la quantité de molécule.

Les « pics » numérotés de 1 à 3 de l'annexe C correspondent à des molécules différentes.

Soient *f, g, h* les fonctions définies sur IR par :

$$f(x) = -10x^2 + 10x$$
$$g(x) = -20x^2 + 140x - 240$$
$$h(x) = -30x^2 + 427.75x - 1518.25$$

et *Cf, Cg , Ch* leurs représentations graphiques.

1. Déterminer les primitives de *f, g, h.*

……
……
……………………………………………………………………………………

2. Ecrire l'aire de la surface sous chaque « pic » sous forme d'une intégrale.

……
……
……………………………………………………………………………………

3. A l'aide de la propriété précédente, déterminer la valeur de chacune de ces intégrales.

……
……
……………………………………………………………………………………

4. Compléter le tableau suivant :

……
……
……………………………………………………………………………………

Pic	1	2	3
Aire		…	…

V. Application (AT biotechnologie n°20)

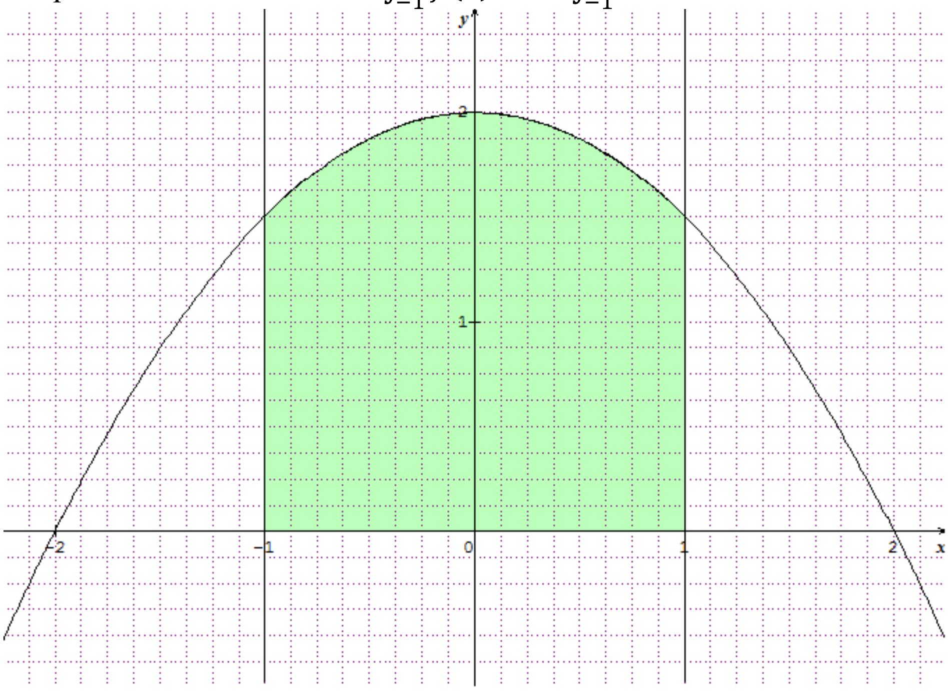
Vous pouvez compléter l'AT Biotechnologie.

Annexe A : rappel définition du symbole intégrale

Définition de l'intégrale.

Soit f une fonction continue et positive sur un intervalle [a,b], on appelle intégrale de *f* de a à b et on note : $\int_a^b f(x)dx$ l'aire en unité d'aire de la partie du plan limitée par l'axe des abscisses, la représentation graphique de *f* et les droites d'équation $x=a$ et $x=b$.

Exemple : $f(x) = -0.5x^2 + 2$
L'aire de la partie du plan limitée par la courbe représentative de *f*, l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x=-1$ et $x=1$ est : $\int_{-1}^{1} f(x)dx = \int_{-1}^{1} -0.5x^2 + 2dx$



Annexe B : rappel Primitives

Cours

« Soit f une fonction définie sur un intervalle I.
Une fonction F est une primitive de f sur I si $F'(x)=f$ »

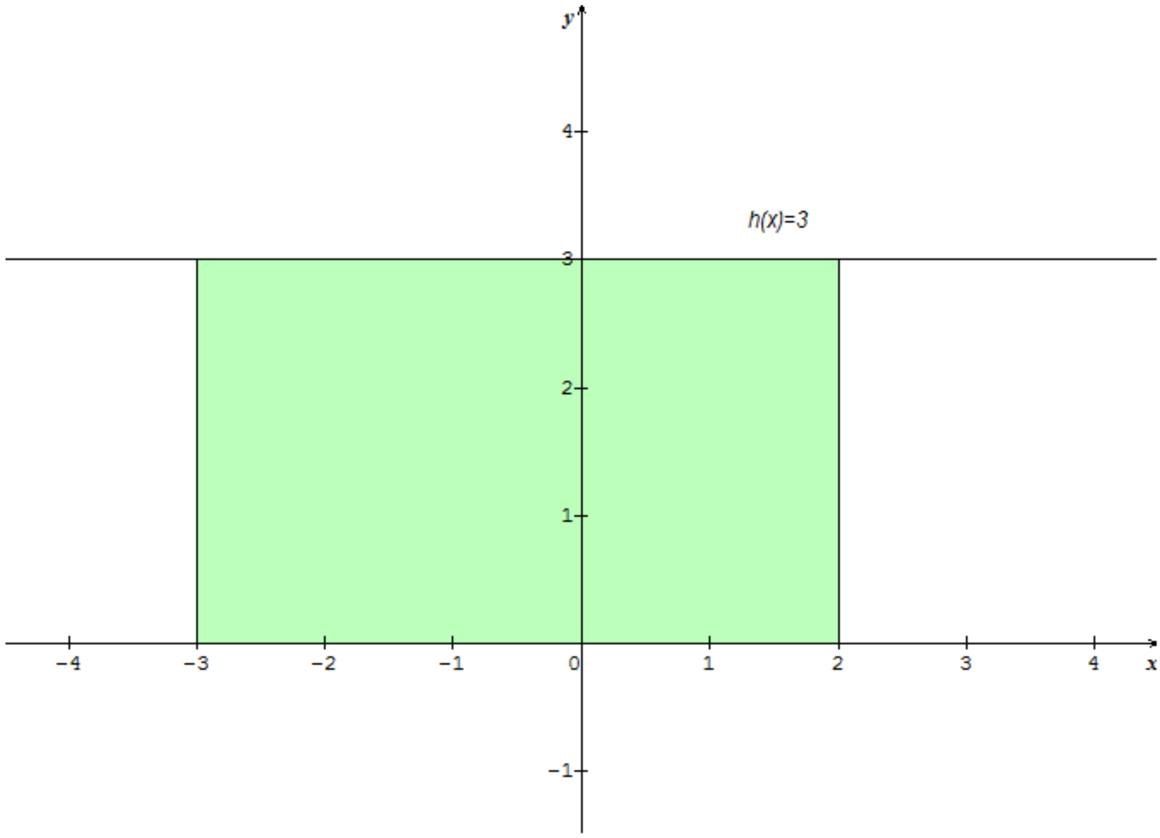
Tableau des primitives usuelles :

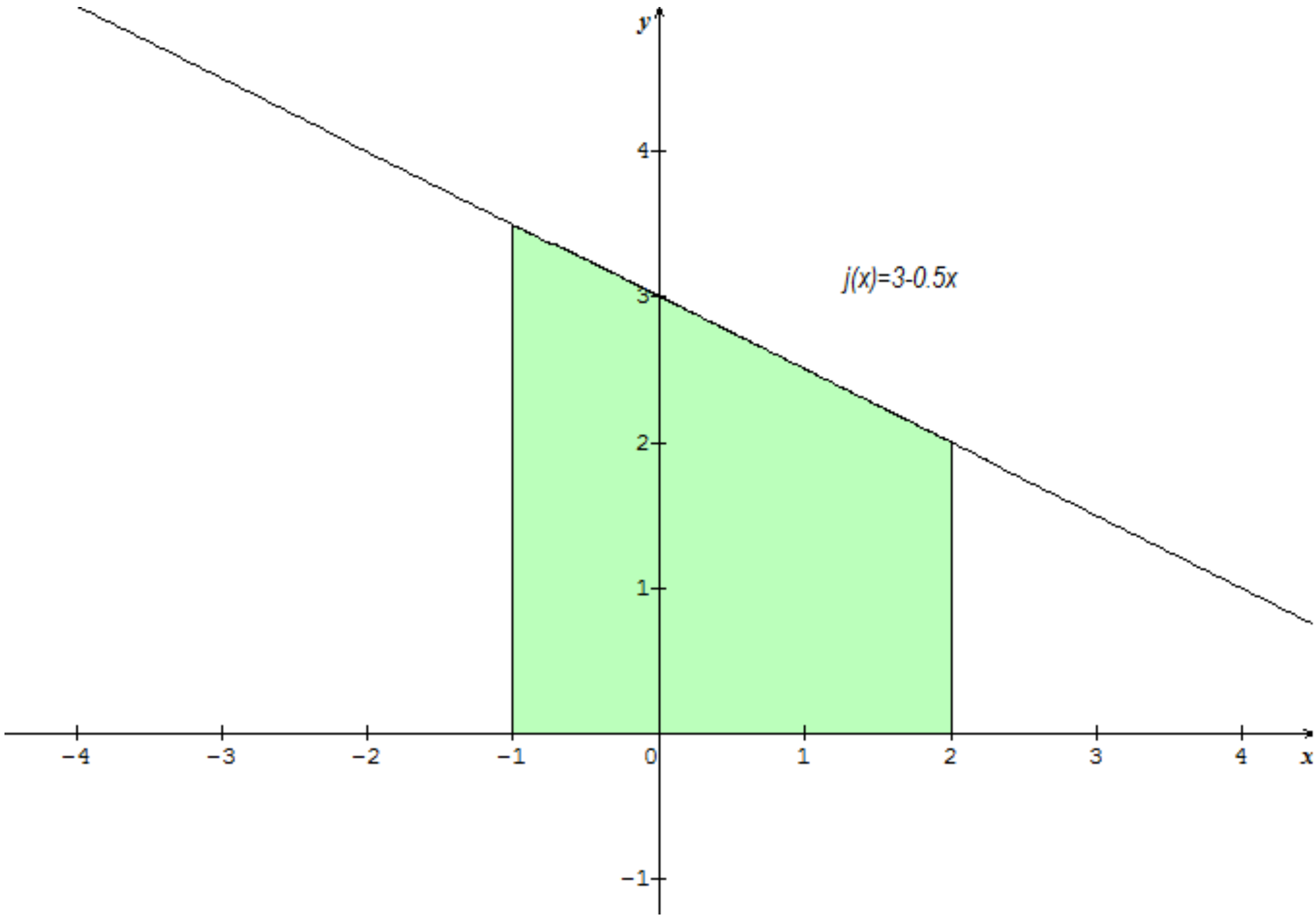
f est définie sur un intervalle I de IR par $f(x)$ = …..	Une primitive de f sur I est la fonction F définie sur I par F(x) = …..
0	k, k constante réelle arbitraire
a, $a \in$ IR	ax
x	$\frac{x^2}{2}$
x^2	$\frac{x^3}{3}$
x^n, où $n \in$ IR - {- 1}	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$
$\frac{1}{x}$	$\ln\lvert x \rvert$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}$
e^x	e^x
sinx	- cosx
cosx	sinx

Exemples

1. Soit $a(x) = x^2 - 5x + 1$ définie sur $\mathbb{R}$. Déterminer une primitive A de a .
   On obtient : $A(x)= \frac{x^3}{3} - 5\frac{x^2}{2} + x$
2. Soit $b(x) = x + 2$ définie sur $\mathbb{R}$. Déterminer une primitive B de b .
   On obtient : $B(x) = \frac{x^2}{2} + 2x$

Annexe C : représentation graphique des fonctions *h* et *j*





Annexe D : représentation graphique des fonctions *f, g et h.*